TU Bergakademie Freiberg
Institut für Diskrete Mathematik und Algebra
Prof. Dr. Martin Sonntag
Dr. Uwe Weber

Freiberg, den 17. Oktober 2022

Lineare Algebra I für BM/BWM/Mm
Übungsblatt 1

zu wiederholen: Formalisierung von Aussagen, Aussagenverbindungen, Klammerkonventionen, aussagenlogische Äquivalenzen, Wahrheitswertetabellen

1. Handelt es sich bei den folgenden Formulierungen um Aussagen? Was ist ggf. ihr Wahrheitswert?
   a) 56 ist durch 7 teilbar.
   b) x ist durch 7 teilbar.
   c) Diese Aussage ist falsch.
   d) Dieser Satz ist keine Aussage.
   e) $2^{2^{20}} + 1$ ist eine Primzahl.

2. Formalisieren Sie die folgenden „umgangssprachlichen“ Aussagen.
   a) Nicht nur A, sondern auch B.
   b) Wenn A, so B, aber wenn nicht A, so auch nicht B.
   c) A oder B, aber nicht alle beide.
   d) A ist notwendig für B.
   e) A ist hinreichend für B.

3. Lassen Sie alle nach den Vorrangkonventionen unnötigen Klammern weg:
   a) $(A \vee B) \to (C \leftrightarrow D)$
   b) $\sim ((\sim A) \wedge (\sim B)) \leftrightarrow (A \vee B)$

4. Beweisen Sie die Allgemeingültigkeit der folgenden aussagenlogischen Formel(n) mittels Wertetabelle sowie durch Vereinfachung unter Verwendung von aussagenlogischen Äquivalenzen (Elimination von $\to$ und weitere Umformungen)

   $(x \to y) \wedge (x \to \overline{y}) \to \overline{x}$ (Platonisches Falschheitskriterium)

5. Auf *Smullyans Insel*, einer von Raymond Smullyan zum Zwecke von Logikrätseln erfundenen Insel, leben zwei verschiedene Arten von Menschen: Solche, die immer lügen, und solche, die nur die Wahrheit sagen. Zwei von ihnen sagen Folgendes: A sagt: „Genau einer von uns beiden lügt“, während B behauptet: „Mindestens einer von uns beiden sagt die Wahrheit.“ Wer, wenn überhaupt jemand, spricht die Wahrheit?

6. Zeigen Sie die folgende Äquivalenz mittels Wertetabelle sowie durch Vereinfachung unter Verwendung von aussagenlogischen Äquivalenzen.

   a) $(\overline{A} \vee B \longrightarrow \overline{C}) \wedge (A \longleftrightarrow B) \equiv \overline{\overline{A} \wedge C} \wedge \overline{B \wedge C} \wedge \overline{A \wedge \overline{B}} \wedge \overline{\overline{A} \wedge B}$

   (aus Vorlesung)

   b) $(x \wedge \overline{y}) \vee (y \wedge \overline{x}) \equiv (x \vee y) \wedge \overline{(x \wedge y)}$

7. Eliminieren Sie $\rightarrow$ und $\leftrightarrow$ und vereinfachen Sie mittels aussagenlogischer Äquivalenzen:

$$(x \leftrightarrow [y \wedge z \vee \overline{x}]) \rightarrow \overline{y} \wedge \overline{z}.$$